

**Dynamique**

**Colle n°5**

|  |
| --- |
| **Objectifs :**  **Résolution d'un problème de dynamique**   * Identifier les paramètres d’entrée et de sortie * Associer un repère à un solide ; * Identifier les degrés de liberté d’un solide en mouvement * Écrire le vecteur position, vitesse d’un point d’un solide * Écrire le torseur dynamique caractérisant le mouvement d’un solide |

# porte-outilPORTE-OUTIL D'AFFUTAGE

Le dispositif porte-outil d'une machine d'affûtage est composé de trois solides **1**, **2** et **3**.

Le repère R0(O,,,), avec (O, ) vertical ascendant, est lié au bâti **0** de la machine. Il est supposé galiléen.

Toutes les liaisons sont supposées parfaites.

Le repère R1(O, ,,) est lié au support tournant **1** en liaison pivot d'axe (O, ) avec le bâti **0.**

La position de **1** (de centre d’inertie O) est repérée par *α* = (,) = (,).

On note *I1* le moment d'inertie de **1** par rapport à l'axe (O, ) et H le point tel que = *h*.

Le repère R2(H, ,,) est lié au bras pivotant **2** en liaison pivot d'axe (H, ) avec **1**

La position de **2** est repérée par *β* = (,) = (,).

On note *m2* la masse de **2**, de centre d’inertie H (on est sympa!), de matrice d’inertie J(H,2) = 

Le repère R3(G, ,,) est lié au porte-outil **3** (avec l’outil à affûter tenu par le mandrin) en **liaison pivot glissant** d'axe (H, ) avec **2.**

La position de **3** est repérée par *γ* = (,) = (,) et par = .

On note *m3* la masse de **3**, de centre d’inertie G, de matrice d’inertie J(G,3) = 

1. *Justifier la forme de la matrice de la pièce 3.*
2. *Calculer* 
3. *Indiquer la méthode permettant de calculer le torseur* ***dynamique*** *en G de 3 en mouvement par rapport à R0 en projection sur* 
4. *Calculer le moment* ***dynamique*** *en H appliqué à l'ensemble {2, 3} en mouvement par rapport à R0 en projection sur* 
5. *Calculer le moment* ***dynamique*** *en O appliqué à l'ensemble {1, 2, 3} en mouvement par rapport à R0 en projection sur .*

**Porte-outil d'affûtage**

z0

x0

y0

x1

y1

α

α

y1

z0

x1

z2

x2

z2

x2

y1

x3

y3

β

β

γ

γ

**1 –**

Torseur cinématique de **3** / R0: V(3/R0) = 

=

avec

V(3/R0) = 

**2 –** Accélération de G∈3/R0:  

avec 



**3 –** **Pour déterminer F23 et C23**, faisons le bilan des actions mécaniques extérieures sur le solide **3**:

Liaison pivot glissant d'axe (G, ) entre **2** et **3**: T(2→ 3) = 

Action de l'actionneur M23: T(M23 → 3) =

Action de la pesanteur: T(pesanteur→ 3) =

Pour déterminer F23, il faut appliquer le théorème de la résultante dynamique au solide **3** en mouvement par rapport à R0 en projection sur :

m3 

m3() = F23 – m3 g cosβ

F23 = 

Pour déterminer C23, il faut appliquer le théorème du moment dynamique au solide **3**, en mouvement par rapport à R0, en G (la matrice d’inertie de **3** est donnée en G) en projection sur :





 IG(3) avec =

La matrice d'inertie du solide **3** est donnée sur le repère R3 mais l'axe (G, ) étant de révolution (voir l'allure de la matrice), elle est identique sur le repère R2. Il est plus simple d'exprimer  sur R2 que sur R3:

=

= 

soit = 



C23 = 

d'où C23 = 

**Pour déterminer C12**, le bilan des actions mécaniques extérieures sur le solide **2** fait intervenir les actions de **3** sur **2** et celles de **1** sur **2**.

La liaison entre **1** et **2** étant une liaison pivot d'axe (H, ), la seule équation ne faisant pas intervenir d'inconnues de cette liaison est la projection du théorème du moment dynamique sur l'axe (H, ) mais celle-ci va faire intervenir les inconnues de la liaison **3**/**2.** Il faut donc isoler l'ensemble {**2**, **3**}.

Bilan des actions mécaniques extérieures sur l'ensemble {**2**, **3**}:

Liaison pivot d'axe (H, ) entre **1** et **2**: T(1→ 2) = 

Action du moteur M12: T(M12 → 2) =

Action de la pesanteur: T(pesanteur→ 2+3) =+

Théorème du moment dynamique en H appliqué à l'ensemble {**2**, **3**} en mouvement par rapport à R0 en projection sur :



\* = avec 

 IH(2) avec ==

= 

d'où = 

\* =

= 

= 

=

d'où 





**Pour déterminer C01**, faisons le bilan des actions mécaniques extérieures à l'ensemble {**1**, **2**, **3**}:

Liaison pivot d'axe (O, ) entre **0** et **1**: T(0→ 1) = 

Action du moteur M01: T(M01 → 1) =

Action de la pesanteur: T(pesanteur→ 1+2+3) =++

Théorème du moment dynamique en O appliqué à l'ensemble {**1**, **2**, **3**} en mouvement par rapport à R0 en projection sur :



=

\*  car **1**/**0 =**  rotation autour de l'axe (O, ) fixe dans R0

\* 

= 

= 

\* 

 



=

= 

= 

= 

= 

d'où C01 = 

C01 = 

Nota: si on applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble {**1**, **2**, **3**}, on va trouver une relation liant C01, C12, C23 et F23. En effet:

P(M01→1/R0) + P(0→1/R0) + P(pesanteur→1+2+3/R0) + ∑Pint = T(1+2+3/R0)

avec P(M01→1/R0) = C01

P(0→1/R0) = 0 (liaison parfaite)

P(pesanteur→1/R0) = 0 car le centre de gravité O de **1** est fixe dans R0

P(pesanteur→2/R0) = 0 car la vitesse du centre de gravité H de **2** est perpendiculaire au poids

P(pesanteur→3/R0) = -m3 g .= -m3 g .

= 

∑Pint = Pi(1,2)+ Pi(2,3)

= [T(1→ 2) + T(M12 → 2)] ⊗V(2/1) + [T(2→ 3) + T(M23 → 3)] ⊗V(3/2)

= ⊗+⊗=

T(1/R0) = 

T(2/R0) = 

= 

= 

T(3/R0) = 





soit 

= C01+ +